

**Aufgabe:** Bestimme eine Funktion vierten Grades, deren Schaubild den Wendepunkt  $O(0|0)$  mit der x-Achse als Wendetangente und den Tiefpunkt  $A(-1|-2)$  hat.

1. Aufstellen des Funktionsterms in allgemeiner Form gemäß des gegebenen oder vermuteten Grades  $n$ ; Achsen- oder Punktsymmetrie des Schaubildes der gesuchten Funktionen bereits beim Ansatz berücksichtigen.

$$f(x) =$$

2. Einzelne erkennbare oder vorgegebene Eigenschaften durch Gleichungen ausdrücken.

$O(0|0)$  ist Wendepunkt mit Wendetangente x-Achse

$\Rightarrow$

Tiefpunkt  $A(-1|-2) \Rightarrow$

3. Aufstellen eines linearen Gleichungssystems aus den einzelnen Gleichungen; bei einer Funktion vom Grad 4 werden mindestens 5 Gleichungen benötigt.

\_\_\_\_\_ [1]

\_\_\_\_\_ [2]

\_\_\_\_\_ [3]

\_\_\_\_\_ [4]

\_\_\_\_\_ [5]

4. Lösen des linearen Gleichungssystems; Angabe des Funktionsterms.

Funktionsterm:  $f(x) =$

5. Überprüfen, ob die ermittelte Funktion alle geforderten Eigenschaften erfüllt. (Mit Hilfe des GTR)

Funktionsterm eingeben und unter  $f(x)$  speichern

1. Ableitung berechnen und unter  $f1(x)$  speichern

2. Ableitung berechnen und unter  $f2(x)$  speichern

Bedingen prüfen

☐ Gleichung [1]

☐ Gleichung [2]

☐ Gleichung [3]

☐ Gleichung [4]

☐ Gleichung [5]

### Lösung

1. Aufstellen des Funktionsterms in allgemeiner Form gemäß des gegebenen oder vermuteten Grades  $n$ ; Achsen- oder Punktsymmetrie des Schaubildes der gesuchten Funktionen bereits beim Ansatz berücksichtigen.

$$f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$$

2. Einzelne erkennbare oder vorgegebene Eigenschaften durch Gleichungen ausdrücken.

$O(0|0)$  ist Wendepunkt mit Wendetangente x-Achse

$$\Rightarrow f(0) = 0 \text{ [1] und } f'(0) = 0 \text{ [2] und } f''(0) = 0 \text{ [3]}$$

Tiefpunkt  $A(-1|-2) \Rightarrow f(-1) = -2 \text{ [4] und } f'(-1) = 0 \text{ [5]}$

3. Aufstellen eines linearen Gleichungssystems aus den einzelnen Gleichungen; bei einer Funktion vom Grad  $n$  werden mindestens  $n+1$  Gleichungen benötigt.

$$e = 0 \text{ [1]}$$

$$d = 0 \text{ [2]}$$

$$c = 0 \text{ [3]}$$

$$a - b + c - d + e = -2 \text{ [4]}$$

$$-4a + 3b - 2c + d = 0 \text{ [5]}$$

4. Lösen des linearen Gleichungssystems; Angabe des Funktionsterms.

Gleichungen [1], [2] und [3] in [4] einsetzen:

$$a - b = -2 \Leftrightarrow b = a + 2 \text{ [6]}$$

Gleichungen [1], [2], [3] und [6] in [5] einsetzen:

$$-4a + 3[a + 2] = 0 \Leftrightarrow -4a + 3a + 6 = 0 \Leftrightarrow a = 6 \text{ [7]}$$

[7] in [6] einsetzen:

$$b = 8$$

$$\text{Funktionsterm: } f(x) = 6x^4 + 8x^3$$

5. Überprüfen, ob die ermittelte Funktion alle geforderten Eigenschaften erfüllt. (Mit Hilfe des GTR)

Funktionsterm eingeben und unter  $f(x)$  speichern

1. Ableitung berechnen und unter  $f1(x)$  speichern

2. Ableitung berechnen und unter  $f2(x)$  speichern

Bedingen prüfen:

$$f(0) = 0, f1(0) = 0, f2(0) = 0$$

$$f(-1) = -2, f'(-1) = 0$$